Probabilidad.
Semestre agosto-diciembre 2014.
Examen departamental.
Diciembre del 2014.
Profesor: Dan Sidney Díaz Guerrero.

Nombre:____

Anota todos tus procedimientos. Respuestas sin procedimientos no serán consideradas validas.

1. Una persona tiene 10 libros que quiere colocar en su librero. De estos, 4 son de matemáticas, 3 son de química, 2 de historia, y 1 de ingles. La persona quiere ordenarlos de manera tal que todos los libros del mismo tema queden juntos. Cuantos arregles diferentes son posibles?

2. Dos dados simétricos tienen dos de sus lados pintados de rojo, dos pintados de negro, uno pintado de amarillo y el otro pintado de blanco. Cuando se lanza este par de dados, cual es la probabilidad de que en ambos lados caiga el miismo color?

3. Para cualquier sucesión de eventos $E_1, E_2, ...,$ defina una nueva sucesión $F_1, F_2, ...,$ de eventos disjuntos tales que para toda $n \geq 1$,

$$\cup_1^n F_i = \cup_1^n E_i$$

4. Al responder una pregunta de opción multiple, o se sabe la respuesta o se adivina. Se p la probabilidad de saber la respuesta. Supongamos que la probabilidad de adivinar correctamente la respuesta es $1/m$ donde m es el número de opciones. Cual es la probabilidad de que el estudiante realmente conozca la respuesta a una pregunta de opción multiple dado que la respondio correctamente? Establezca esta probabilidad para m arbitraria y despues calcule dicha probabilidad para $m = 5$ y $p = 1/2$.

5. Sea X una variable aleatoria discreta con $p(i) = c\lambda^i/i!$. Determinar el valor de c y usarlo para calcular $P\{X = 0\}$.

6. Demostrar que:

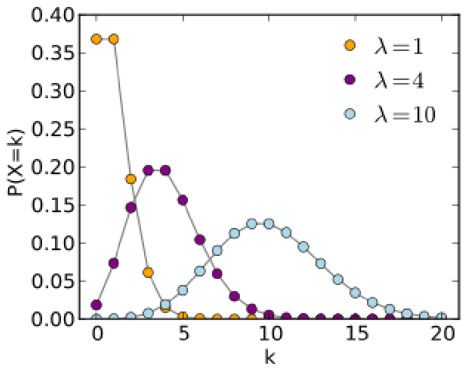
   - (i) si a y b son constantes y X es una variable aleatoria, $E[aX + b] = aE[X] + b$.
   - (ii) $Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$.

7. Sea X una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad $f(x) = C(4x - 2x^2)$ para $0 < x < 2$; y 0 en otro caso. Cual es el valor de C?

8. Sea X una variable aleatoria binomial, con parámetros n y p. Demostrar que

   - (i) $E[X^k] = npE[(Y + 1)^{k-1}$, donde Y es una variable aleatoria binomial con parámetros $n - 1, p$;
   - (ii) $E[X] = np$ y $Var(X) = np(1 - p)$.

9. Supongamos que un laboratorio necesita ayuda para determinar la naturaleza de las mediciones, en función de un parámetro λ, que se muestran en la siguiente figura. Si $E[X] = Var(X) = \lambda$,



cuál es la probabilidad de que la siguiente medición sea igual a 4 ($X = 4$)?

10. Sea X una variable aleatoria tal que $E[X] = 1$ y $Var(X) = 5$. Calcule $E[(X+2)^2]$ y $Var(4+3X)$.

11. Lanzamos dos dados justos. Sea X una variable aleatoria definida como el valor absoluto de la diferencia de los resultados individuales de los dados. Calcula la función de probabilidad de X, su valor esperado y su varianza.

12. Explica brevemente uno y solo uno de los siguientes conceptos.

- Cadenas de Markov;
- Proceso de Poisson;
- Ley de los grandes números;
- Sorpresa;
- Incertidumbre;
- Entropía.