TERMODINÁNICA ESTADÍSTICA

Examen Extraordinario. Marzo 2017

Proporcione la solución de los siguientes problemas

1. Para un gas de fotones, la entropía es

$$S = \frac{1}{k_B T} \sum_i \frac{\hbar\omega_i}{e^{\hbar\omega_i/k_B T} - 1} - \sum_i \log\left(1 - e^{-\hbar\omega_i/k_B T}\right),$$

   donde ω_i es la frecuencia angular del i-ésimo modo. Demuestre, en este caso, que la presión de la radiación es igual a un tercio de la densidad volumétrica de energía.

2. Utilizando el ensemble Gran Canónico evalúe el potencial químico $\mu(P,T)$ para un gas ultrarrelativista contenido en una caja de volumen V. Nota: La relación de dispersión es, en este caso, $E = c|\mathbf{p}|$ (DEL BANCO).

3. Suponga un sistema de partículas donde cada una de las mismas solamente puede acceder a tres estados de energía. Sean estos, en orden ascendente, ε_0, ε_1, ε_2. El sistema est en contacto con un baño térmico a una temperatura T. Calcule la energía media para cada uno de los siguientes casos: a) Las partículas son completamente distinguibles; b) las partículas son indistinguibles y obedecen la estadística de Bose-Einstein; c) las partículas son indistinguibles y obedecen la estadística de Fermi-Dirac.

4. Calcule las componentes del tensor de conductividad eléctrica de un metal homogéneo bajo la accin de un campo magnético estático y uniforme, $\vec{H}$, suponiendo válida la aproximación del tiempo de relajación y la ley cuadrática $\varepsilon(\vec{p}) = p^2/2m$, siendo m la masa efectiva de los electrones.

5. Encuentre las expresiones aproximadas en los límites de altas y de bajas temperaturas para la función de partición $Z(T, L, N)$ de un gas de partículas cuánticas de masa m, no interactuantes, que están contenidas en un pozo de potencial rectangular infinito de ancho L , de manera que sus energías estn dadas por

$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2mL^2}.$$

Considere las partículas distinguibles y obtenga la energía interna, la capacidad calorífica y la ecuación de estado $f(TPL) = 0$, en esos límites. Nota: En el límite de altas temperaturas considere pasar la sumatoria sobre números cuánticos en Z a una integración (DEL BANCO).

6. Considere N espines en una cadena, la cual puede modelizarse usando un modelo de Ising unidimensional:

$$H = -J \sum_{n=1}^{N-1} s_n \, s_{n+1},$$

donde el espín toma los valores $s_n = \pm 1$. a) Encuentre la función de partición de este sistema. b) halle la capacidad calorífica C_V por espín.