Lógica para Computación
Examen a Título de Suficiencia
Semestre Ene-Jun 2016

Nombre: ______________________ **Fecha:** **Noviembre 23,24 y 25**

1. [2 pts.] Traduce las siguientes oraciones a lenguaje simbólico en Lógica Proposicional. Asegúrate de especificar claramente tus proposiciones atómicas para cada caso.

   a) Si las tasas de interés suben, el precio de las acciones baja.

   b) Hoy lloverá o nevará, pero no ambos.

   c) Si ocurre una petición entonces, será reconocida eventualmente o el proceso solicitante nunca progresará.

   d) El cancer no se curará a menos que su causa sea determinada y una nueva medicina para el cancer se encuentre.

2. [1 pt.] Demuestra el siguiente teorema de la Lógica Proposicional:

   $\vdash (p \to q) \to ((\neg p \to q) \to q)$

3. [1 pt.] Aplique los teoremas de consistencia y completés para demostrar que el argumento $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_n \vdash \psi$ tiene una demostración si y sólo si $\phi_1 \to \phi_2 \to \cdots \phi_n \to \psi$ es una tautología.

4. [2 pts.] Demuestre mediante inducción matemática sobre n la siguiente propiedad.

$$\sum_{i=1}^{n} 2(3^{i-1}) = 3^n - 1$$

5. [3 pts.] Considera los predicados P(x):"*x es un paciente*", M(x):"*x es un médico*", L(x):"*x es un loco*", A(x,y):"*x ama a y*".

   Traduce las siguientes oraciones a proposiciones en Lógica de Predicados:

   a) *Algunos pacientes aman a cualquier médico*
   b) *Ningún paciente ama a ningún loco*
   c) *Ningún médico es un loco*

6. [3 pts.] Suponiendo que la Lógica de Predicados es **consistente**, demuestre que el siguiente argumento no es válido (es decir, que no tiene una demostración), **encontrando un modelo** que satisfaga todas las fórmulas de lado izquierdo de $\vdash$ pero no satisfaga la única fórmula del lado derecho; **explique por qué esto garantiza que no hay demostración**.

   a) $(\forall x P(x)) \to L \vdash \forall x (P(x) \to L)$, donde L tiene aridad 0.
   TIP: busque un modelo donde la interpretación de L sea FALSA.

7. [4 pts.] Sea ϕ el enunciado $\forall x \forall y \exists z (R(x,y) \to R(y,z))$, donde R es un símbolo de predicado de dos argumentos.

   a) Sea $A := \{a, b, c, d\}$, y $R^{\mathcal{M}} := \{(b,c), (b,b), (b,a)\}$. ¿Tenemos $\mathcal{M} \models \phi$? **Justifica**.
   b) Sea $A' := \{a, b, c\}$, y $R^{\mathcal{M}'} := \{(b,c), (a,b), (c,b)\}$. ¿Tenemos $\mathcal{M}' \models \phi$? **Justifica**.