

Centro de Investigación en Ciencias
Título de Suficiencia, Probabilidad. Verano 2018

Nombre: _____ Fecha: _____

Instrucciones: Resuelve 6 de los 8 ejercicios.

1. Unos códigos cifrados en cierto idioma tienen que estar formados por cuatro consonantes seguidas de dos vocales y a continuación seis dígitos. Tanto las consonantes como las vocales y los dígitos se pueden repetir. ¿Cuántos códigos distintos se podrán formar teniendo en cuenta que el alfabeto de ese idioma tiene 21 consonantes y 5 vocales?

2. Considere la función de probabilidades,

$$f(x) = \begin{cases} C(\frac{1}{4})^x & \text{si } x \in \{0, 1, 2, 3, \dots\} \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

- a) Calcula el valor de C.
- b) Calcula $P(X \leq 2)$
- c) Calcula $P(X \geq 1)$

3. Se extraen aleatoriamente 3 bolas de una urna que contiene 8 bolas blancas, 4 negras y 2 amarillas. Supongamos que ganamos 2 pesos por cada bola negra extraída y perdemos 1 peso por cada bola blanca, si sacamos una amarilla no perdemos ni ganamos. Sea X la variable aleatoria definida como el monto ganado en una apuesta. Calcula los posibles valores de la variable aleatoria X , así como la función de probabilidad. La bola se extrae y se regresa en cada paso.

4. En una tienda departamental el tiempo promedio de espera para ser atendido en cajas al pagar la mercancía es de 7 minutos. Determine la probabilidad de que:

- Un cliente espere menos de 4 minutos.
- Un cliente espere más de 9 minutos.

5. Calcula, la función generadora de momento de $X \sim \text{geo}(p)$.

6. La función de densidad del vector (X, Y) , está dada por

$$f(x, y) = \frac{6}{7}(x^2 + \frac{xy}{2}), 0 < x < 1, 0 < y < 2$$

- Calcula la función de densidad de X .
- Calcula $P(X > Y)$.

7. Si X y Y son independientes e idénticamente distribuidas con media μ y varianza σ^2 , calcula $E((X - Y)^2)$.

8. Las variables aleatorias X y Y tienen función de densidad conjunta dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2e^{-2x}}{x} & \text{si } 0 \leq x < \infty, 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{si en otro caso} \end{cases}$$

Calcula $COV(X, Y)$.