

Examen a Título de Suficiencia
Cálculo IV
Instituto de Investigación en Ciencias Básicas y Aplicadas, UAEM
Noviembre de 2017

Instrucciones. Este es un examen de desarrollo, por lo tanto deben aparecer todos los pasos que llevan a la respuesta. Trabaje de manera clara y ordenada. Se calificar sobre 100 puntos. Cualquier plagio se considera examen nulo. No olvides poner tu nombre completo en cada hoja. Tiempo para resolverlo: 4 horas.

1. (15 pts) Evalúar

$$\int \int_S \frac{2x + y}{(x - 3y)^2} dA,$$

donde S es la región acotada por $2x + y = 0$, $2x + y = 1$, $x - 3y = 1$ y $x - 3y = 3$.

2. (15 pts) Encontrar el volumen acotado por la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ y sobre el plano $z = a$ con $0 < a < R$.
3. (20 pts) a) Sea C la curva $x = 1 - y^2$ desde el $(0, -1)$ hasta el $(0, 1)$. Evalúar

$$\int_C y^3 dx + x^2 dy.$$

b) Sea C la curva $x = \sqrt{t}$, $y = 1 + t^3$, $0 \leq t \leq 1$. Evalúar

$$\int_C x^3 y^4 dx + x^4 y^3 dy.$$

4. (15 pts) Sea S la superficie dada parametricamente por

$$x = u \cos(v)$$

$$y = u \sin(v)$$

$$z = u^2 + v^2.$$

Encontrar la ecuación del plano tangente a la superficie en el punto $(1, 0, 1)$.

5. (15 pts) Sea C el triangulo que pasa por $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(2, 4)$, orientado en ese orden. Use el teorema de Green para evaluar

$$\int_C -x^3 dx + (6xy + y^3) dy.$$

6. (20 pts) a) Determine si el campo vectorial $G(x, y, z) = (y - z, x - z, x - y)$ es el gradiente de una función f y si lo es encuentre f .

b) Determine si el campo vectorial

$$F(x, y, z) = (yz - y \sin(xy), xz - x \sin(xy) + z \cos(yz), xy + y \cos(yz))$$

es el gradiente de una función f y si lo es encuentre f .