Matemáticas discretas 1.
Semestre agosto-diciembre 2016.
Examen a título de suficiencia.
17 al 19 de mayo del 2017.
Profesor: Dan Sidney Díaz Guerrero.

Nombre:_____

Escribe todos tus procedimientos y respuestas en hojas aparte de esta hoja de problemas. No olvides escribir tu nombre en la parte superior de todas las hojas de tu examen.

1. Sea R sobre $\mathbb{Z}$ la relación definida por $a, b \in \mathbb{Z}$, $aRb \Leftrightarrow a \equiv b(mod\ n)$. Demostrar que es una relación de equivalencia.

2. Demostrar el siguiente lema: Sean $a, b, q, r \in \mathbb{Z}$ y $a = bq + r$. Entonces $mcd(a, b) = mcd(b, r)$.

3. Demuestra la numerabilidad de $\mathbb{Z}$.

4. ¿Cuantas secuencias de bits de longitud 10 contienen exactamente cuatro dígitos 1?

5. Si $\{\mathbb{R}, +\}$ y $\{\mathbb{C}, +\}$ son grupos con las sumas usuales y el mapeo $f : \mathbb{C} \to \mathbb{R}$ está dado por $f(x + iy) = x$, demuestre que f es un homomorfismo. Determinar los respectivos elementos identidad y la forma general de los respectivos inversos.

6. Sea $G = \{\mathbb{Z}, +\}$ y H el subgrupo definido por $H = \{4x | x \in G\}$. Escriba los elementos (son 4) de G/H.

7. Encontrar el camino mas corto en la siguiente gráfica que se muestra en la figura 2. Describe el proceso para encontrar dicho camino.

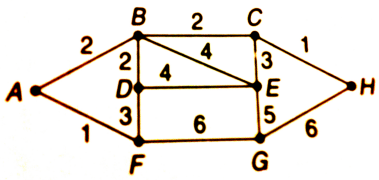

Figure 1: Grafo del problema del camino más corto.

8. Determina si el grafo de la figura 2 es plano. Justifica tu respuesta citando los teoremas que uses.

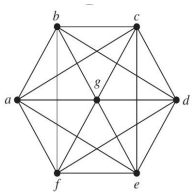

Figure 2: ¿Será plano este grafo?.