Instituto de Investigación en Ciencias Básica y Aplicadas, UAEM.
Cálculo 3
Examen a titulo de suficiencia
Mayo 2017

Nombre: ____ Calificación ___________

Instrucciones: Lee cuidadosamente cada uno de los siguientes problemas y escribe de manera clara y ordenada el procedimiento empleado para su resolución. El examen se calificará sobre 9 puntos.

1. **[1P]** Determina el vector velocidad de la trayectoria $\mathbf{r}(t) = (\cos^2 t, 3t - t^2, t)$
2. **[1P]** Demostrar que $\mathbf{F} = y\cos x\hat{\mathbf{i}} + x\sin y\hat{\mathbf{j}}$ no es un campo gradiente.
3. **[2P]** Determina si los siguientes límites existen. En caso de existir calcularlo y demostrar su existencia.

$$a) \qquad \lim_{(x,y)\longrightarrow(0,0)} \frac{xy}{|x|+|y|}$$

$$b) \qquad \lim_{(x,y)\longrightarrow(0,0)} \frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{xy}$$

$$c) \qquad \lim_{(x,y)\longrightarrow(0,0)} \frac{x^2}{x^2+y^2}$$

4. **[1P]** Mostrar que la ecuación diferencial parcial $\frac{\partial u}{\partial x} + k\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ tiene a $u := f(y-kx)$ como una solución siempre que f sea una función diferenciable.
5. **[1P]** Encuentra la ecuación del plano tangente a la superficie $z = x^2 + y^3$ en el punto $(3, 1, 10)$.
6. **[2P]** Utiliza el método de multiplicadores de Lagrange para hallar los valores máximo y mínimo absolutos de $f(x, y, z) = x + y + z$ definida en el conjunto $D := \{(x, y, z)|x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.
7. **[1P]** Hallar la aproximación en serie de Taylor de segundo orden para $f(x, y) = e^x \cos y$ alrededor de $(0, 0)$.
8. **[2P]** Enuncia el teorema de la función inversa.
   b) Demostrar que en la ecuación $xy + +z + 3xz^5 = 4$ se puede despejar a z como función de (x, y) cerca de $(1, 0, 1)$.
   c) Calcular $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ en $(1, 0)$