TERMODINÁMICA ESTADÍSTICA

Examen departamental. Diciembre 2017

Proporcione la solución de **5** de los siguientes problemas

1. Para un gas ideal de bosones contenido en una caja de volumen $V = L^3$, calcular el número medio de partículas $\langle N_1 \rangle$ en el primer nivel excitado y comprobar que, en el límite termodinámico, $\langle N_1 \rangle / \langle N \rangle \to 0$ si $z = e^{\beta\mu} \simeq 1 - 1/\langle N \rangle$; es decir, si hay una fracción finita de partículas ocupando el estado fundamental.

2. Determine las propiedades termodinámicas de un gas ultrarrelativista de electrones contenido en una caja de volumen V, en el cero absoluto de temperatura. Nota: La relación de dispersión es, en este caso, $E = c|\mathbf{p}|$.

3. Suponga un sistema de partículas donde cada una de las mismas solamente puede acceder a tres estados de energía. Sean estos, en orden ascendente, ε_0, ε_1, ε_2. El sistema está en contacto con un baño térmico a una temperatura T. Calcule la energía media para cada uno de los siguientes casos: a) Las partículas son completamente distinguibles; b) las partículas son indistinguibles y obedecen la estadística de Bose-Einstein; c) las partículas son indistinguibles y obedecen la estadística de Fermi-Dirac (DEL BANCO).

4. Encuentre las expresiones aproximadas en los límites de altas y de bajas temperaturas para la función de partición $Z(T, L, N)$ de un gas de partículas cuánticas de masa m, no interactuantes, que están contenidas en un pozo de potencial rectangular infinito de ancho L , de manera que sus energías estn dadas por

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2}.$$

   Considere las partículas distinguibles y obtenga la energía interna, la capacidad calorífica y la ecuación de estado $f(TPL) = 0$, en esos límites. Nota: En el límite de altas temperaturas considere pasar la sumatoria sobre números cuánticos en Z a una integración (DEL BANCO).

5. La entropía de un paramagnético ideal en presencia de un campo magnético viene dada aproximadamente por

$$S = S_0 - CU^2$$

donde U es la energía del sistema de espines y C es una constante que contiene los parámetros mecánicos fijos del sistema. Determine la energía U como función de la temperatura, utilizando la definición estadística para T.

6. Considere N espines en una cadena, la cual puede modelizarse usando un modelo de Ising unidimensional:

$$H = -J \sum_{n=1}^{N-1} s_n \, s_{n+1},$$

donde el espín toma los valores $s_n = \pm 1$. a) Encuentre la función de partición de este sistema. b) halle la capacidad calorífica C_V por espín.