UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS

Centro de Investigación en Ciencias

# Lógica para Computación
# Examen Extraordinario
# Septiembre 2017

**Nombre:** ____________________________________________ **Fecha:** _______

1. [1 pt.] Demuestre el siguiente teorema de la Lógica Proposicional:

   $\vdash (p \to q) \to ((\neg p \to q) \to q)$

2. [2 pt.] Aplique los teoremas de consistencia y completés para demostrar que el argumento $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n \vdash \psi$ tiene una demostración si y sólo si $\phi_1 \to \phi_2 \to \cdots \phi_n \to \psi$ es una tautología.

3. [3 pts.] Demuestre mediante inducción matemática sobre $n$ la siguiente propiedad.

$$\sum_{i=1}^{n} 2(3^{i-1}) = 3^n - 1$$

4. [3 pts.] Considere los predicados P(x):"*x es un paciente*", M(x):"*x es un médico*", L(x):"*x es un loco*", A(x,y):"*x ama a y*".

   Traduzca las siguientes oraciones a proposiciones en Lógica de Predicados:

   *a*) *Algunos pacientes aman a cualquier médico*

   *b*) *Ningún paciente ama a ningún loco*

   *c*) *Ningún médico es un loco*

5. [3 pts.] Suponiendo que la Lógica de Predicados es **consistente**, demuestre que el siguiente argumento no es válido (es decir, que no tiene una demostración), **encontrando un modelo** que satisfaga todas las fórmulas de lado izquierdo de $\vdash$ pero no satisfaga la única fórmula del lado derecho; **explique por qué esto garantiza que no hay demostración**.

   *a*) $(\forall x P(x)) \to L \vdash \forall x(P(x) \to L)$, donde $L$ tiene aridad 0.
   TIP: busque un modelo donde la interpretación de $L$ sea FALSA.

6. [4 pts.] Sea $\phi$ el enunciado $\forall x \forall y \exists z (R(x, y) \to R(y, z))$, donde $R$ es un símbolo de predicado de dos argumentos.

   *a*) Sea $A := \{a, b, c, d\}$, y $R^{\mathcal{M}} := \{(b, c), (b, b), (b, a)\}$. ¿Tenemos $\mathcal{M} \models \phi$? **Justifique**.

   *b*) Sea $A' := \{a, b, c\}$, y $R^{\mathcal{M}'} := \{(b, c), (a, b), (c, b)\}$. ¿Tenemos $\mathcal{M}' \models \phi$? **Justifique**.