Facultad de Ciencias, UAEM.
Cálculo 3
Junio 2016

Nombre: ____ Calificación ___________

Instrucciones: Lee cuidadosamente cada uno de los siguientes problemas y escribe de manera clara y ordenada el procedimiento empleado para su resolución.

1. **[2P]** Demostrar que la función $f(x,y) = \frac{x^4y^4}{(x^2+y^4)^3}$ tiende a cero si (x,y) se aproximan al origen a lo largo de cualquier recta, pero que f es discontinua en el origen.

2. **[1P]** Hallar la ecuacion del plano tangente a la superficie $z = x^3 + y^3 - 6xy$, en el punto (1,2,-3)

3\. a) **[1P]** Calcula la Jacobiana de la función

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3, \\ f(x,y) &= (xye^{xy}, xseny, 5xy^2) \end{aligned}$$

3\. b) **[1P]** Sean $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ y $r = ||\mathbf{r}||$. Demostrar que

$$\nabla\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\mathbf{r}}{r^3}$$

4. **[2P]** Hallar los puntos críticos de la función $f(x,y) = 3x^2 + 2xy + 2x + y^2 + y + 4$ y determinar cuáles son puntos de máximo local, de mínimo local o de ensilladura.

5. **[2P]** Demostrar que en $xy + z + 3xz^5 = 4$ se puede despejar a z como función de (x,y) cerca de $(1,0,1)$. Calcular $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ en $(1,0)$.

6. **[2P]** Determinar la fórmula de Taylor de segundo orden para la función $f(x,y) = e^{x+y}$ alrededor del punto $(0,0)$.

7. **[2P]** Hallar el máximo y mínimo absolutos de la función $f(x,y,z) = x + y - z$ en la bola $B = \{(x,y,z)|x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

8. **[2P]** Supóngase que f es una función diferenciable de una variable y que la función $u = g(x,y)$ se define como

$$u = g(x,y) = xyf\left(\frac{x+y}{xy}\right)$$

Demostrar que u satisface una ecuación diferencial parcial de la forma

$$x^2\frac{\partial u}{\partial x} - y^2\frac{\partial u}{\partial y} = G(x,y)u$$

y hallar la función $G(x,y)$.