

TERMODINÁMICA ESTADÍSTICA

Examen a Título de Suficiencia. Mayo 2018

Proporcione la solución de los siguientes problemas

1. Para un gas de fotones, la entropía es

$$S = \frac{1}{k_B T} \sum_i \frac{\hbar \omega_i}{e^{\hbar \omega_i / k_B T} - 1} - \sum_i \log \left(1 - e^{-\hbar \omega_i / k_B T} \right),$$

donde ω_i es la frecuencia angular del i -ésimo modo. Demuestre, en este caso, que la presión de la radiación es igual a un tercio de la densidad volumétrica de energía.

2. Utilizando el ensemble Gran Canónico evalúe el potencial químico $\mu(P, T)$ para un gas ultrarrelativista contenido en una caja de volumen V . Nota: La relación de dispersión es, en este caso, $E = c|\mathbf{p}|$ (DEL BANCO).
3. Suponga un sistema de partículas donde cada una de las mismas solamente puede acceder a tres estados de energía. Sean estos, en orden ascendente, $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2$. El sistema está en contacto con un baño térmico a una temperatura T . Calcule la energía media para cada uno de los siguientes casos: a) Las partículas son completamente distinguibles; b) las partículas son indistinguibles y obedecen la estadística de Bose-Einstein; c) las partículas son indistinguibles y obedecen la estadística de Fermi-Dirac.
4. Demostrar que en un gas ideal de bosones en dimensión $D = 2$ no existe condensación de Bose-Einstein.
5. Encuentre las expresiones aproximadas en los límites de altas y de bajas temperaturas para la función de partición $Z(T, L, N)$ de un gas de partículas cuánticas de masa m , no interactuantes, que están contenidas en un pozo de potencial rectangular infinito de ancho L , de manera que sus energías estén dadas por

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2}.$$

Considere las partículas distinguibles y obtenga la energía interna, la capacidad calorífica y la ecuación de estado $f(TPL) = 0$, en esos

límites. Nota: En el límite de altas temperaturas considere pasar la sumatoria sobre números cuánticos en Z a una integración (DEL BANCO).

6. Determinar la capacidad calorífica de un gas ideal de electrones a bajas temperaturas. **Hint:** Este es un gas de Fermi-Dirac fuertemente degenerado