

Examen Extraordinario
Cálculo IV
Instituto de Investigación en Ciencias Básicas y Aplicadas, UAEM
Octubre de 2017

Instrucciones. Este es un examen de desarrollo, por lo tanto deben aparecer todos los pasos que llevan a la respuesta. Trabaje de manera clara y ordenada. Se calificará sobre 100 puntos. Cualquier plagio se considera examen nulo. No olvides poner tu nombre completo en cada hoja. Tiempo para resolverlo: 4 horas.

1. (15 pts) Evalúar

$$\iint_S \frac{2x + y}{(x - 3y)^2} dA,$$

donde S es la región acotada por $2x + y = 0$, $2x + y = 1$, $x - 3y = 1$ y $x - 3y = 3$.

2. (20 pts) a) Sea C la curva $x = 1 - y^2$ desde el $(0, -1)$ hasta el $(0, 1)$. Evalúar

$$\int_C y^3 dx + x^2 dy.$$

b) Sea C la curva $x = \sqrt{t}$, $y = 1 + t^3$, $0 \leq t \leq 1$. Evalúar

$$\int_C x^3 y^4 dx + x^4 y^3 dy.$$

3. (15 pts) Sea S la superficie dada por

$$x = 4t^2 - u$$

$$y = \cos t$$

$$z = \operatorname{sen} u.$$

Encontrar la ecuación del plano tangente a la superficie en el punto $(\pi^2, 0, 0)$.

4. (15 pts) Sea C el triángulo que pasa por $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(2, 4)$, orientado en ese orden. Use el teorema de Green para evaluar

$$\int_C -x^3 dx + (6xy + y^3) dy.$$

5. (15 pts) Sea S la superficie $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, orientada con la normal hacia afuera. Considere el campo vectorial

$$F(x, y, z) = x^3 i + y^3 j + z^3 k.$$

Evalúe

$$\int_S F \cdot dS.$$

6. (20 pts) a) Determine si el campo vectorial $G(x, y, z) = (y - z, x - z, x - y)$ es el gradiente de una función f y si lo es encuentre f .

b) Determine si el campo vectorial

$$F(x, y, z) = (yz - y \operatorname{sen}(xy), xz - x \operatorname{sen}(xy) + z \cos(yz), xy + y \cos(yz))$$

es el gradiente de una función f y si lo es encuentre f .