TERMODINÁNICA ESTADÍSTICA

Examen Extraordinario. Marzo 2018

Proporcione la solución a 6 de las siguientes preguntas

1. Un sistema de N partículas idénticas con espín 1/2 a temperatura T se encuentra en presencia de un campo magnético externo. Suponiendo que las partículas no interaccionan entre sí, encuentre la energía interna y la magnetización del sistema.

2. Suponga que tenemos un gas de N fermiones libres con espìn 1/2 y masa m sobre una superficie plana de área A. Obtenga una expresión explícita para el potencial químico de este gas bidimensional como función de la temperatura y de la energía de Fermi E_F. Nota: La densidad de estados de este gas esta dada por $g(E) = mA/\pi\hbar^2$ (DEL BANCO).

3. Considere una caja que contiene un gas ideal clásico de paríCulas ultrarrelativistas a presión P y temperatura T. Empleando el ensemble Gran Canónico encuentre la fugacidad, $z_g = e^{\beta\mu}$ ($\beta = 1/k_BT$), del gas en términos de la temperatura y la presión (DEL BANCO).

4. Considere un sistema de partículas cuánticas sin interaccin mutua confinadas en una caja de potencial 3D, de lado L, con energías

$$E_{\vec{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \text{con} \quad \vec{k} = \frac{2\pi}{L}(n_x,\, n_y,\, n_z).$$

   Obtenga la función de partición del sistema y el gran potencial en el límite termodinámico y, a partir de ese resultado, derive la ecuación de estado de ese gas ideal, teniendo en cuenta que N debe considerarse como el número promedio de partículas en el sistema (DEL BANCO).

5. Suponga un sistema de partículas donde cada una de las mismas solamente puede acceder a tres estados de energía. Sean estos, en orden ascendente, ε_0, ε_1, ε_2. El sistema est en contacto con un baño térmico a una temperatura T. Calcule la energía media para cada uno de los siguientes casos: a) Las partículas son completamente distinguibles; b) las partículas son indistinguibles y obedecen la estadística de Bose-Einstein; c) las partículas son indistinguibles y obedecen la estadística de Fermi-Dirac (DEL BANCO).

6. Determine la capacidad calorífica de un sistema de N osciladores armónicos cuánticos tri-dimensionales anisotrópicos (las frecuencias de oscilación son diferentes a los largo de las tres direcciones espaciales aunque la masa es la misma).

7. Encuentre las expresiones aproximadas en los límites de altas y de bajas temperaturas para la función de partición $Z(T, L, N)$ de un gas de partículas cuánticas de masa m, no interactuantes, que están contenidas en un pozo de potencial rectangular infinito de ancho L , de manera que sus energías estn dadas por

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2}.$$

8. En la descripción de Maxwell-Boltzmann, el número de moléculas con velocidades cuya rapidez está entre v y $v + dv$ está dada por:

$$p(v)dv = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-mv^2/(2k_B T)} v^2 dv$$

donde N es el número total de moléculas. Derive la expresión para el valor medio de v y estime su valor a $T = 373\,\mathrm{K}$ para el caso del hidrógeno molecular. Nota: Recuerde que $k_B = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{JK}^{-1}$.