UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS Y APLICADAS

Av. Universidad 1001, Chamilpa, Cuernavaca, Morelos México.
CP 62210. Tel. 777 329 7000

Instituto de Investigación en Ciencias Básicas y Aplicadas

Lógica para Computación

Examen a Título de Suficiencia

Nombre: ________________________________ (Diciembre 2018)

Problema 1. `[1 pt.]` Demuestre la validez del siguiente argumento, necesario para la demostración del teorema de completud de la Lógica Proposicional.

$$\neg\phi_1 \wedge \phi_2 \vdash \neg(\phi_1 \wedge \phi_2)$$

Problema 2. `[1 pt.]` Demuestre mediante inducción matemática sobre n la siguiente propiedad.

$$\sum_{i=1}^{n} i(2^i) = 2 + (n-1)2^{n+1}$$

Problema 3. `[1 pt.]` Aplique los teoremas de consistencia y completud para demostrar que el argumento $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_n \vdash \psi$ tiene una demostración si y sólo si $\phi_1 \rightarrow \phi_2 \rightarrow \cdots \phi_n \rightarrow \psi$ es una tautología.

Problema 4. Realiza lo que se pide a continuación:

1. `[1 pt.]` Dibuja el árbol sintáctico de la siguiente fórmula-bien-formada:

$$\phi := (\neg((\neg((r \vee p) \rightarrow q)) \rightarrow (q \wedge p)))$$

2. `[1 pt.]` Determina el valor de verdad de ϕ, indicando en cada nodo del árbol si el nodo es **V** o **F**, dada la interpretación siguiente:

$$\mathcal{I} := \{p, q, r \mid p := \mathbf{F}\ ;\ q := \mathbf{V}\ ;\ r := \mathbf{F}\}$$

Problema 5. `[1 pt.]` Utilice la siguiente Tabla de Verdad para obtener la Forma Normal Conjunta (FNC) de la fórmula ϕ_1.

p	q	ϕ_1
V	V	F
F	V	F
V	F	F
F	F	V

Problema 6. Considere la siguiente fórmula de la Lógica de Predicados:

$$\exists x \exists y(\neg(x = y) \wedge (\forall z((z = x) \vee (z = y))))$$

Realice lo que se pide a continuación:

1. `[1 pt.]` Escriba en espñol lo que esta formula especifica.
2. `[3 pts.]` Proporcione un modelo $\mathcal{M}$ que satifaga la fórmula.